|  |  |
| --- | --- |
| Группа 2.4, подгруппа №4 | К работе допущен |
| Студент Галак Е. А., Линейский А. Е. | Работа выполнена 14.09.2025 г. |
| Преподаватель Рудель А. Е. | Отчет принят |

**Рабочий протокол и отчет по  
лабораторной работе №1**

Исследование распределения случайной величины

#### 1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений периода колебания маятника лапы сувенира китайского кота.

#### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1) Провести многократные измерения длины периода колебания маятника.

2) Построить гистограмму распределения результатов измерения.

3) Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.

4) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у распределения средним значением и дисперсией.

#### 3. Объект исследования.

Случайная величина - результат измерения периода колебания маятника лапы сувенира китайского кота

#### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократное измерение периода колебания маятника лапы сувенира китайского кота и оценка полученных в процессе значений случайной величины с целью определения статистических характеристик.

#### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

Выборочное среднее как среднее арифметическое всех результатов измерений:

Выборочное среднеквадратичное отклонение

Значение плотности вероятности:

Максимальное значение плотности распределения

Функция Гаусса

Среднеквадратичное отклонение среднего значения

Доверительная вероятность:

Доверительный интервал:

Интервал для приближённой вероятности

Соотношение для вероятности попадания:

Вероятности для стандартных интервалов

Относительное отклонение:

#### 6. Измерительные приборы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
| 1 | Секундомер | электронный | 0 – 100 c | ± 0,001 c |

#### 7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

#### 8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Результаты прямых измерений приведены в Таблице 1 (Приложения 1).

#### 9. Расчет результатов косвенных измерений (*таблицы, примеры расчетов*).

Вычислим среднее арифметическое всех измерений:

Используя вычислим дисперсию и выборочное среднеквадратичное отклонение:

Используя значение , вычислим максимальное значение плотности распределения:

Начнём заполнение Таблицы 2.

Найдём во втором столбце таблицы 1 минимальное максимальное значения результатов измерений:

Теперь разобьём промежуток на равных интервалов (так как примем :

Выделим границы интервалов, используя и занесём во второй столбец таблицы 2

Вычислим – количество результатов измерений, попавших в каждый из интервалов, занесём эти значение в третий столбец таблицы 2.

Для каждого из интервалов вычислим опытное значение плотности вероятности, значениями которых заполним четвертый столбец таблицы 2.

Для первого интервала:

Для каждого интервалов вычислим значение , соответствующее середине данного интервала, и заполним четвертый столбец таблицы 2. Вычислять будем как среднее арифметическое верхней и нижней границы интервала.

Для первого интервала:

Теперь для каждого интервала вычислим значение нормального распределения функции Гаусса и заполним шестой столбец таблицы 2.

Для первого интервала:

Таблица 2 Данные для построения гистограммы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | Границы интервалов, с |  |  |  |  |
| 1 |  | 1 | 0,111 | 0,773 | 0,423 |
| 0,803 |
| 2 | 0,803 | 0 | 0,000 | 0,833 | 0,444 |
| 0,863 |
| 3 | 0,863 | 0 | 0,000 | 0,893 | 0,464 |
| 0,923 |
| 4 | 0,923 | 0 | 0,000 | 0,953 | 0,481 |
| 0,983 |
| 5 | 0,983 | 0 | 0,000 | 1,013 | 0,496 |
| 1,043 |
| 6 | 1,043 | 3 | 0,333 | 1,073 | 0,508 |
| 1,103 |
| 7 | 1,103 | 0 | 0,000 | 1,133 | 0,518 |
| 1,163 |
| 8 | 1,163 | 18 | 2,000 | 1,193 | 0,524 |
| 1,223 |
| 9 | 1,223 | 72 | 8,000 | 1,253 | 0,527 |
| 1,283 |
| 10 | 1,283 | 28 | 3,111 | 1,313 | 0,526 |
| 1,343 |
| 11 | 1,343 | 23 | 2,555 | 1,373 | 0,523 |
| 1,403 |
| 12 | 1,403 | 5 | 0,555 | 1,433 | 0,516 |
| 1,463 |

Приступаем к заполнению Таблицы 3.

Вычислим границы стандартных интервалов

Для первого интервала:

1. Начало интервала:
2. Конец интервала:

Для второго интервала:

1. Начало интервала:
2. Конец интервала:

Для третьего интервала:

1. Начало интервала:
2. Конец интервала:

Таблица 3 Стандартные доверительные интервалы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Интервал, с | |  |  | *P* |
| Начало интервала | Конец интервала |
| ± 𝜎N | 0,519 | 2,033 | 150 | 1,00 | 0,683 |
| ± 2𝜎N |  |  | 150 | 1,00 | 0,954 |
| ± 3𝜎N |  |  | 150 | 1,00 | 0,997 |

#### 10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Вычислим среднеквадратичное отклонение среднего значения:

Табличное значение коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности :

Вычислим доверительный интервал для измеряемого промежутка времени:

Теперь определим абсолютную погрешность измерения с учетом доверительного интервала и инструментальной погрешности :

Вычислим относительную погрешность измерения:

#### 11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

Гистограмма распределения измеряемой величины и график нормального распределения – Приложение 2.

#### 12. Окончательные результаты.

Среднее арифметическое результатов измерений:

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

Дисперсия значений:

Максимальное значение плотности распределения:

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

Доверительный интервал:

График, на котором изображены гистограмма и функция плотности распределения, представлен на Рис.1 (Приложение 2).

#### 13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе проделанной лабораторной работы были проведены многократные измерения случайной величины (период колебания маятника сувенира - китайского кота) с целью вычисления статистических характеристик. Были получены статистические характеристики: среднее значение периода 1,276 с, среднеквадратичное отклонение 0,757 с.

Расчеты показали стандартную ошибку среднего 0,0062 с и доверительный интервал ±0,0125 с для вероятности 95%. С учетом инструментальной погрешности относительная погрешность составила 0,98%.

Гистограмма, отражающая результаты измерений, несколько отличается от нормального распределения Гаусса. А именно тем, что данные, соответствующие нижней группе выборки имеют большое расстояние от центральной группы значений, таким образом диаграмма значений сместилась в правую сторону. Однако, диаграмма повторяет тенденции роста нормального распределения Гаусса.

Сравнение гистограммы с гауссовым распределением подтвердило нормальный характер распределения измеряемой величины. Результаты демонстрируют применимость статистических методов для анализа случайных физических величин.

#### 14. Дополнительные задания.

#### 15. Выполнение дополнительных заданий.

#### 16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).

|  |  |
| --- | --- |
| Примечание: | 1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения. |
|  | 1. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете. |
|  | 1. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу. |
|  | 1. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета. |

#### Приложение 1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | t, с | ti − ⟨t⟩N, c | (ti−⟨t⟩N)2, c2 |
|  | 1,277 | 0,001 | 0,000001 |
|  | 1,419 | 0,143 | 0,020449 |
|  | 1,065 | -0,211 | 0,044521 |
|  | 1,064 | -0,212 | 0,044944 |
|  | 1,244 | -0,032 | 0,001024 |
|  | 1,248 | -0,028 | 0,000784 |
|  | 1,240 | -0,036 | 0,001296 |
|  | 1,204 | -0,072 | 0,005184 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,346 | 0,070 | 0,004900 |
|  | 1,242 | -0,034 | 0,001156 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,276 | 0,000 | 0,000000 |
|  | 1,284 | 0,008 | 0,000064 |
|  | 1,345 | 0,069 | 0,004761 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,309 | 0,033 | 0,001089 |
|  | 1,242 | -0,034 | 0,001156 |
|  | 1,203 | -0,073 | 0,005329 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,423 | 0,147 | 0,021609 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,245 | -0,031 | 0,000961 |
|  | 1,345 | 0,069 | 0,004761 |
|  | 1,240 | -0,036 | 0,001296 |
|  | 1,241 | -0,035 | 0,001225 |
|  | 1,205 | -0,071 | 0,005041 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,309 | 0,033 | 0,001089 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,280 | 0,004 | 0,000016 |
|  | 1,242 | -0,034 | 0,001156 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,319 | 0,043 | 0,001849 |
|  | 1,280 | 0,004 | 0,000016 |
|  | 1,202 | -0,074 | 0,005476 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,312 | 0,036 | 0,001296 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,310 | 0,034 | 0,001156 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,239 | -0,037 | 0,001369 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,170 | -0,106 | 0,011236 |
|  | 1,380 | 0,104 | 0,010816 |
|  | 1,352 | 0,076 | 0,005776 |
|  | 1,243 | -0,033 | 0,001089 |
|  | 1,311 | 0,035 | 0,001225 |
|  | 1,168 | -0,108 | 0,011664 |
|  | 1,311 | 0,035 | 0,001225 |
|  | 1,313 | 0,037 | 0,001369 |
|  | 1,281 | 0,005 | 0,000025 |
|  | 1,237 | -0,039 | 0,001521 |
|  | 1,419 | 0,143 | 0,020449 |
|  | 1,241 | -0,035 | 0,001225 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,312 | 0,036 | 0,001296 |
|  | 1,463 | 0,187 | 0,034969 |
|  | 1,100 | -0,176 | 0,030976 |
|  | 1,282 | 0,006 | 0,000036 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,204 | -0,072 | 0,005184 |
|  | 1,240 | -0,036 | 0,001296 |
|  | 1,379 | 0,103 | 0,010609 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,239 | -0,037 | 0,001369 |
|  | 1,386 | 0,110 | 0,012100 |
|  | 1,277 | 0,001 | 0,000001 |
|  | 1,310 | 0,034 | 0,001156 |
|  | 1,203 | -0,073 | 0,005329 |
|  | 1,381 | 0,105 | 0,011025 |
|  | 1,204 | -0,072 | 0,005184 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,310 | 0,034 | 0,001156 |
|  | 1,237 | -0,039 | 0,001521 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,353 | 0,077 | 0,005929 |
|  | 1,168 | -0,108 | 0,011664 |
|  | 1,277 | 0,001 | 0,000001 |
|  | 1,282 | 0,006 | 0,000036 |
|  | 1,345 | 0,069 | 0,004761 |
|  | 1,321 | 0,045 | 0,002025 |
|  | 1,313 | 0,037 | 0,001369 |
|  | 1,276 | 0,000 | 0,000000 |
|  | 1,173 | -0,103 | 0,010609 |
|  | 1,350 | 0,074 | 0,005476 |
|  | 1,248 | -0,028 | 0,000784 |
|  | 1,212 | -0,064 | 0,004096 |
|  | 1,282 | 0,006 | 0,000036 |
|  | 1,312 | 0,036 | 0,001296 |
|  | 1,347 | 0,071 | 0,005041 |
|  | 1,309 | 0,033 | 0,001089 |
|  | 1,311 | 0,035 | 0,001225 |
|  | 1,310 | 0,034 | 0,001156 |
|  | 1,276 | 0,000 | 0,000000 |
|  | 1,240 | -0,036 | 0,001296 |
|  | 1,206 | -0,070 | 0,004900 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,309 | 0,033 | 0,001089 |
|  | 1,239 | -0,037 | 0,001369 |
|  | 1,242 | -0,034 | 0,001156 |
|  | 1,237 | -0,039 | 0,001521 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,167 | -0,109 | 0,011881 |
|  | 1,380 | 0,104 | 0,010816 |
|  | 1,280 | 0,004 | 0,000016 |
|  | 1,420 | 0,144 | 0,020736 |
|  | 1,239 | -0,037 | 0,001369 |
|  | 1,240 | -0,036 | 0,001296 |
|  | 1,308 | 0,032 | 0,001024 |
|  | 1,200 | -0,076 | 0,005776 |
|  | 1,345 | 0,069 | 0,004761 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,350 | 0,074 | 0,005476 |
|  | 1,218 | -0,058 | 0,003364 |
|  | 1,205 | -0,071 | 0,005041 |
|  | 1,273 | -0,003 | 0,000009 |
|  | 1,310 | 0,034 | 0,001156 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,278 | 0,002 | 0,000004 |
|  | 1,311 | 0,035 | 0,001225 |
|  | 1,238 | -0,038 | 0,001444 |
|  | 1,344 | 0,068 | 0,004624 |
|  | 1,352 | 0,076 | 0,005776 |
|  | 1,274 | -0,002 | 0,000004 |
|  | 1,275 | -0,001 | 0,000001 |
|  | 1,206 | -0,070 | 0,004900 |
|  | 0,743 | -0,533 | 0,284089 |
|  | 1,238 | -0,038 | 0,001444 |
|  | 1,309 | 0,033 | 0,001089 |

Таблица 1. Результаты прямых измерений.

#### Приложение 2.

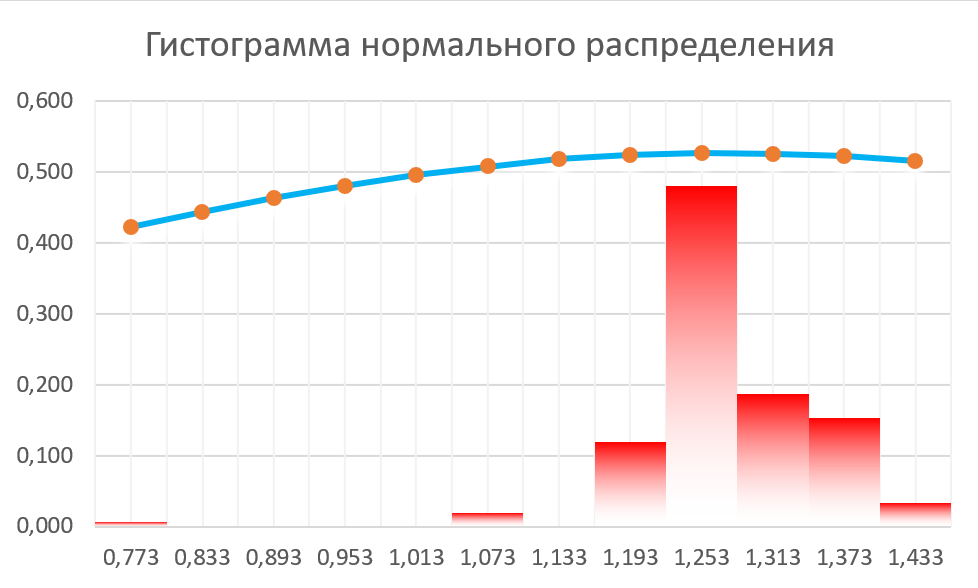


Рис. 1. Гистограмма распределения измеряемой величины и график нормального распределения.